

PROBLEM DER WOCHE

Nr. 2 (10. Juni 2013):

Finde alle Werte von x , y und z , sodass die folgenden drei Gleichungen (gleichzeitig) erfüllt sind:

$$\begin{aligned}z^x &= y^{2x} \\ 2^z &= 2 \cdot 4^x \\ x + y + z &= 16\end{aligned}$$

Lösungsvorschlag:

Die Gleichung $2^z = 2 \cdot 4^x$ kann geschrieben werden als $2^z = 2^{2x+1}$. Somit gilt

$$z = 2x + 1. \quad (1)$$

Die dritte Gleichung, $x + y + z = 16$, wird damit zu $3x + y = 15$ und wir haben

$$y = 15 - 3x. \quad (2)$$

Wir setzen (1) und (2) in die Gleichung $z^x = y^{2x}$ ein. Dies führt zu

$$(2x + 1)^x = (15 - 3x)^{2x} \quad (3)$$

Gleichung (3) ist erfüllt, falls $x = 0$ oder $2x + 1 = (15 - 3x)^2$. Die Lösungen dieser quadratischen Gleichung sind $x = 4$ und $x = \frac{56}{9}$. Die zugehörigen Werte von y und z erhalten wir aus (1) und (2). Damit haben wir drei Lösungen des obigen Gleichungssystems gefunden:

1. Lösung: $x = 0$ $y = 15$ $z = 1$
2. Lösung: $x = 4$ $y = 3$ $z = 9$
3. Lösung: $x = \frac{56}{9}$ $y = -\frac{11}{3}$ $z = \frac{121}{9}$

[Innerhalb von vier Wochen ab dem Erscheinungsdatum der jeweiligen Aufgabe können Lösungen als pdf-Attachments an mathnet@ph-noe.ac.at geschickt werden. Die Namen der Einsender/innen korrekter Lösungen werden in der Reihenfolge des Einlangens auf der **MATHNET** Website angeführt.]

MATHNET

E-mail: mathnet@ph-noe.ac.at

Web: <http://www.mathnet.at>

Pädagogische Hochschule Niederösterreich

Mühlgasse 67, 2500 Baden

